

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Чайковский филиал

Кафедра: Автоматизации, информационных и инженерных технологий

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРЕДПИСАНИЯ
по выполнению курсовой работы
по дисциплине «Теория автоматического управления»**

по направлению подготовки

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Чайковский, 2022

Методические предписания по выполнению курсовой работы по дисциплине «ТАУ» / Сост. В.А. Ковязин. – Чайковский: Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2022. – 42с.

Методические предписания по выполнению курсовой работы по дисциплине «ТАУ» предназначены для студентов очной и очно-заочной форм обучения, обучающихся по направлениям подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, и содержат варианты заданий курсовой работы и рекомендации по их выполнению.

Методические предписания по выполнению курсовой работы призваны оказать методическую помощь студентам в освоении дисциплины.

Методические предписания включают в себя краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме, задания для курсовой работы студентов и инструкцию по ее выполнению.

Рецензент: Ст. преподаватель Шергина М. А.

Методические предписания для студентов по выполнению курсовой работы рассмотрены и одобрены на заседании кафедры автоматизации, информационных и инженерных технологий ЧФ ПНИПУ «5» декабря 2022 года, протокол № 14.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Особенности нелинейных систем
2. Типовые нелинейные элементы САУ
3. Метод фазовых траекторий (метод фазовой плоскости)
 - 3.1. Общие свойства фазовых траекторий
 - 3.2. Фазовые траектории линейных систем
4. Критерий Михайлова
5. Критерий Найквиста
6. Нелинейные звенья в программе МВТУ 3.7
 - 6.1. Линейное с насыщением
 - 6.2. Линейное с зоной нечувствительности
 - 6.3. Линейное с насыщением и зоной нечувствительности
 - 6.4. Релейное неоднозначное
 - 6.5 Релейная неоднозначная с зоной нечувствительности
 - 6.6. Зазор
 - 6.7. Люфт
 - 6.8. Излом
 - 6.9. Произвольная однозначная нелинейность

Список используемых источников

Задание

Исходные данные

ВВЕДЕНИЕ

Теория автоматического управления – это научная дисциплина, которая возникла сравнительно недавно, хотя отдельные устройства, работающие без участия человека, известны с глубокой древности.

Все методы теории автоматического управления объединяет одна общая задача: обеспечить необходимую точность и удовлетворительное качество переходных процессов.

Непрерывное повышение требований к качеству функционирования сложных промышленных систем требует совершенствования и развития систем автоматического управления, которые являются неотъемлемой частью таких систем. Кроме того, к системам управления предъявляются высокие требования к качеству регулирования со стороны технологического процесса.

Теория автоматического управления, как и любая теория, имеет дело не с реальными инженерными конструкциями, а с их моделями. Поэтому вопросы математического описания и проектирования систем управления для различных объектов являются **актуальными**.

Основными задачами контрольной работы являются :

- составление математической модели САУ в форме структурной схемы;
- составление схемы модели по структурной схеме в редакторе MBTU 3.7;
- исследование системы на устойчивость необходимыми критериями в MathCAD и MBTU 3.7;
- построение переходных процессов для анализа качества процесса регулирования системы;
- оценка точности процесса регулирования.

1. ОСОБЕННОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Система автоматического управления (САУ) является нелинейной, если хотя бы один ее конструктивный элемент (или одно ее алгоритмическое звено) описывается нелинейным уравнением. Если переменные $y(t)$, $x(t)$ и их производные входят в дифференциальное уравнение в виде произведений, частных или степеней, то уравнение является нелинейным.

Практически все реальные САУ содержат один или несколько нелинейных элементов (или так называемых нелинейностей). Нелинейными могут быть как элементы неизменяемой части системы, так и элементы изменяемой (синтезируемой) части.

В первом случае говорят о сопутствующих нелинейностях. К ним относятся, например, исполнительные органы с ограниченной пропускной способностью (вентили, клапаны), исполнительные устройства с ограниченным диапазоном воздействия (электрические и гидравлические исполнительные механизмы с ограниченным ходом, регулируемые источники напряжения с насыщением), кинематические передачи с зазором или трением. Нелинейной характеристикой часто обладает и объект управления.

Нелинейная форма характеристик указанных элементов, как правило, нежелательна, но они функционально необходимы для работы системы.

Некоторые нелинейные элементы вводятся конструктором в систему преднамеренно — для улучшения качества управления. Такими нелинейностями являются, например, релейные управляющие устройства. Они обеспечивают высокое быстродействие процесса управления, выгодно отличаются от других управляющих устройств простотой, надежностью и экономичностью. Применяются также и нелинейные корректирующие устройства.

Различают два вида нелинейных элементов, существенно нелинейные и несущественно нелинейные. Нелинейность считается несущественной, если ее замена линейным элементом не изменяет принципиальных особенностей системы и процессы в линеаризованной системе существенно не отличаются от процессов в реальной системе. Если же такая замена невозможна и процессы в линеаризованной и реальной системах сильно отличаются, то нелинейность является существенной.

САУ с существенными нелинейностями обладают рядом принципиальных особенностей, которые не присущи линейным системам и не могут быть выявлены при исследовании линеаризованного уравнения САУ.

Главная особенность нелинейных САУ заключается в том, что они не подчиняются принципу наложения (суперпозиции), а характер и показатели переходного процесса зависят от величины внешнего воздействия или начального отклонения. Например, при малом начальном отклонении $x_1(0)$, меньшем некоторого критического значения $x_{кр}$, переходный процесс может быть апериодическим (рис.1.1,а - линия 1), а при большом начальном отклонении $x_2(0) > x_{кр}$ - колебательным (см.рис.1.1,а - линия 2).

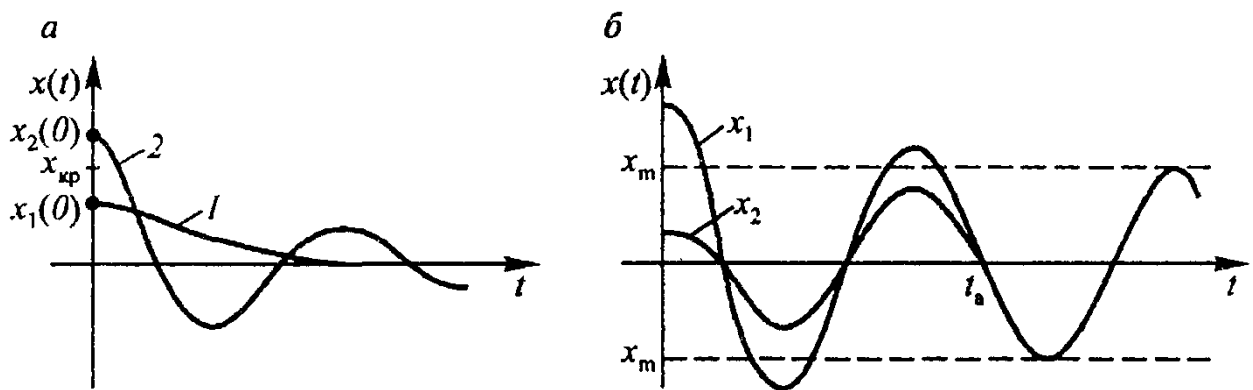


Рисунок 1.1. Особенности нелинейных САУ

Другой важной особенностью динамики нелинейных САУ является зависимость условий устойчивости от величины внешнего воздействия: САУ, устойчивая при одних значениях начального отклонения, оказывается

неустойчивой при других его значениях. На рис.1.1,б показаны переходные процессы x_1 и x_2 , один из которых вызван большим начальным отклонением и сходится к устойчивому колебательному процессу, а второй, вызванный малым начальным отклонением, расходится и тоже стремится к этому колебательному процессу.

В связи с этим для нелинейных САУ применяют понятия «устойчивость (неустойчивость) в малом», «устойчивость (неустойчивость) в большом», «устойчивость в целом».

Система устойчива в малом, если она устойчива только при малых начальных отклонениях.

Система устойчива в большом, если она устойчива при больших начальных отклонениях.

Система устойчива в целом, если она устойчива при любых отклонениях.

Специфической особенностью нелинейных САУ является также режим автоколебаний. Автоколебания - это устойчивые собственные колебания, возникающие из-за нелинейных свойств системы. На рис.1.1,б процессы x_1 и x_2 переходят в автоколебания с момента t_a . Режим автоколебаний нелинейной системы принципиально отличается от колебания линейной системы на границе устойчивости. В линейной системе при малейшем изменении ее параметров колебательный процесс становится либо затухающим, либо расходящимся. Автоколебания же являются устойчивым режимом: малые изменения параметров системы не выводят ее из этого режима. Амплитуда автоколебаний x_m не зависит от начальных условий и уровня внешних воздействий.

Автоколебания в нелинейных САУ в общем случае нежелательны, а иногда и недопустимы (как незатухающие колебания в линейных системах). Однако в некоторых нелинейных САУ автоколебания являются основным рабочим режимом.

Нелинейные САУ описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, теория которых разработана не столь полно, как теория линейных дифференциальных уравнений. Существует ряд точных и приближенных методов, позволяющих решать лишь некоторые частные задачи анализа нелинейных систем. Наибольшее распространение в инженерной практике получили методы фазового пространства, гармонической линеаризации, критерий абсолютной устойчивости и метод моделирования на ЭВМ.

При анализе нелинейных систем обычно решают следующие задачи:

- 1) отыскание возможных состояний равновесия системы и оценка их устойчивости;
- 2) определение возможности существования автоколебаний и оценка их устойчивости;
- 3) выявление соотношений между параметрами системы, при которых возникают автоколебания;
- 4) определение параметров автоколебаний и их связи с параметрами системы.

2. ТИПОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ САУ

Структура и уравнение нелинейной САУ в общем случае могут быть очень сложными. Степень сложности зависит от количества, вида и места включения нелинейных элементов. Однако большинство систем, встречающихся в промышленной автоматике, содержат один существенно нелинейный элемент. Обобщенная алгоритмическая схема таких систем показана на рис. 2.1. На схеме выделены линейная и нелинейная части системы. Линейная часть включает в себя все линейные звенья системы и может иметь структуру любой сложности, в частности, содержать внутренние обратные связи.

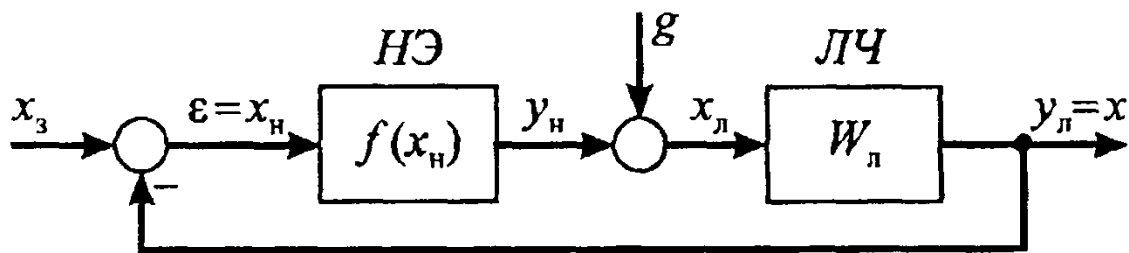


Рисунок 2.1 - Обобщенная алгоритмическая структура нелинейной САУ

Нелинейная часть образована одним нелинейным элементом, выходная величина y_n которого может быть выражена как функция входной величины x_n и ее производной x'_n :

$$y_n = f(x_n, x'_n) \quad (2.1)$$

Иногда нелинейный элемент выполняет одновременно и функции блока сравнения. Так, например, в системе стабилизации уровня выходная величина управляющего устройства - напряжение u_δ - связана с входной величиной - уровнем h зависимостью, изображенной на рис. 2.2. Среднее значение h_0 между положениями верхних и нижних контактов может рассматриваться как задающее воздействие.

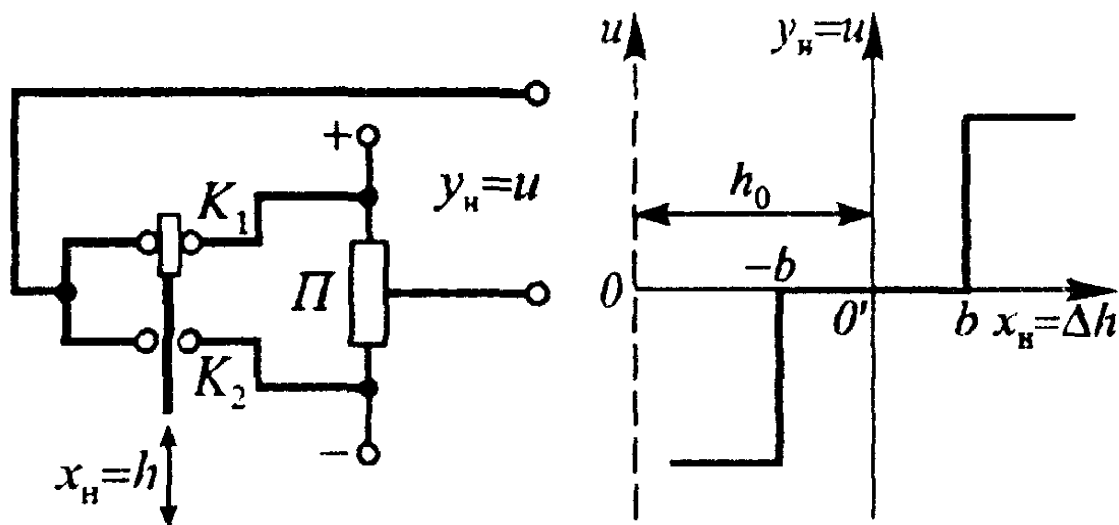
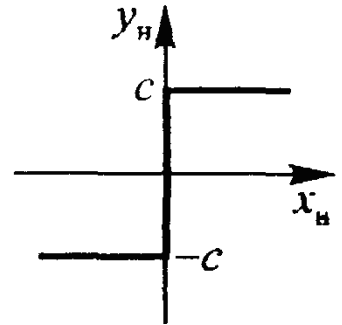


Рисунок 2.2. Нелинейное устройство и его характеристика

Простейшими нелинейными элементами являются статические (безынерционные) нелинейности. У них выходная величина y_n зависит только от входной величины x_n , причем эта зависимость строго однозначна.

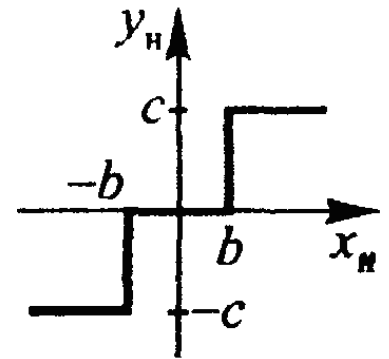
1. Идеальное реле (двухпозиционное реле).

$$y_n = \begin{cases} c, & \text{при } x_n > 0 \\ -c, & \text{при } x_n < 0 \end{cases}$$



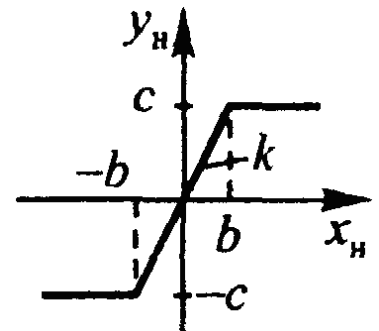
2. Трехпозиционное реле (реле с зоной нечувствительности)

$$y_n = \begin{cases} c, & \text{при } x_n > b \\ 0, & \text{при } -b < x_n < b \\ -c, & \text{при } x_n < -b \end{cases}$$



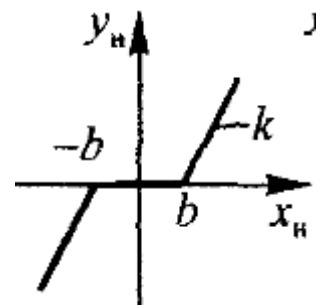
3. Усилитель с ограничением (усилитель с насыщением)

$$y_n = \begin{cases} c, & \text{при } x_n > b \\ kx_n, & \text{при } -b < x_n < b \\ -c, & \text{при } x_n < -b \end{cases}$$



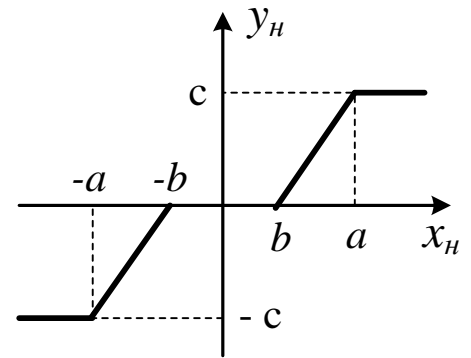
4. Усилитель с зоной нечувствительности.

$$y_n = \begin{cases} k(x_n - b), & \text{при } x_n > b \\ 0, & \text{при } -b < x_n < b \\ k(x_n + b), & \text{при } x_n < -b \end{cases}$$



5. Усилитель с зоной нечувствительности и ограничением

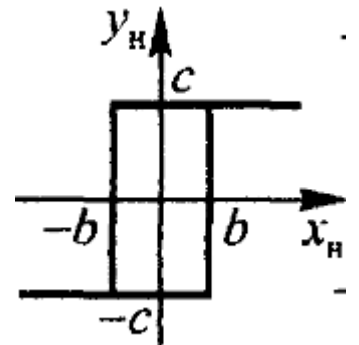
$$y_n = \begin{cases} c, & \text{при } x_n > a \\ k(x_n - b), & \text{при } b < x_n < a \\ 0, & \text{при } -b < x_n < b \\ k(x_n + b), & \text{при } -a < x_n < -b \\ -c, & \text{при } x_n < -a \end{cases}$$



У динамических нелинейностей выходная величина y_n зависит как от входной величины x_n , так и от ее производной x'_n . Характеристика динамической нелинейности всегда неоднозначна.

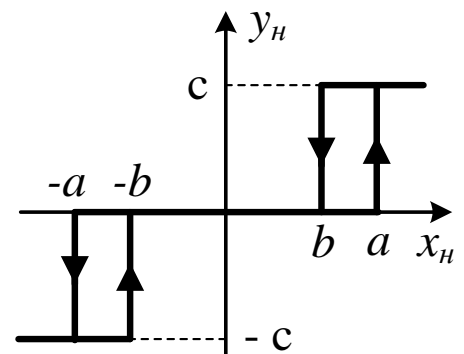
1. Реле с гистерезисом

$$y_n = \begin{cases} c, & \text{при } x_n > b, x'_n > 0 \\ & x_n > -b, x'_n < 0 \\ -c, & \text{при } x_n < b, x'_n > 0 \\ & x_n < -b, x'_n < 0 \end{cases}$$

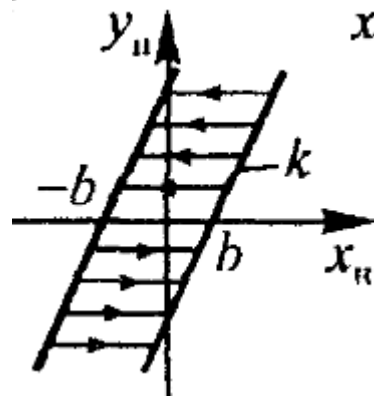


2. Реле с зоной нечувствительности и гистерезисом.

$$y_n = \begin{cases} c, & \text{при } x_n > a, x'_n > 0 \\ & x_n > b, x'_n < 0 \\ 0, & \text{при } -b < x_n < a, x'_n > 0 \\ & -a < x_n < b, x'_n < 0 \\ -c, & \text{при } x_n < -b, x'_n > 0 \\ & x_n < -a, x'_n < 0 \end{cases}$$



3. Нелинейность типа «люфт»



Рассмотренные статические и динамические нелинейности относятся к классу нелинейностей с кусочно-линейными характеристиками. Пример устройств с такими характеристиками показан на рис. 2.3.

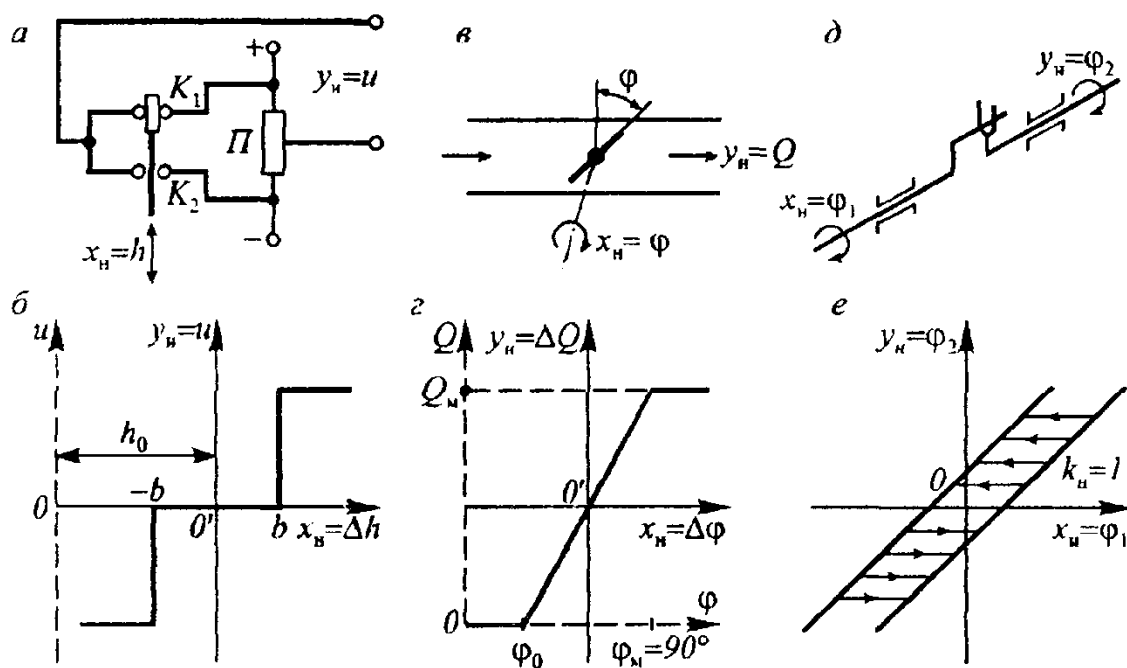


Рисунок 2.3 Нелинейные устройства и их характеристики

3. МЕТОД ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ (МЕТОД ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ)

Метод фазовых траекторий представляет собой графо-аналитический способ исследования нелинейных систем. Сущность метода заключается в описании поведения систем при помощи наглядных геометрических представлений – фазовых портретов.

Свободное движение нелинейной динамической системы управления с одной выходной величиной $x(t)$ в общем случае может быть представлено в виде дифференциального уравнения вида:

$$\Phi[x(t), x'(t), x''(t), \dots, x^{(n)}(t)] = 0 \tag{3.1}$$

Если ввести дополнительные переменные $x_1(t) = x(t)$, $x_2(t) = x'(t)$, $x_3(t) = x''(t)$... то это уравнение преобразуется в систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1(t)}{dt} = f_1[x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)] \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = f_2[x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} = f_n[x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)] \end{array} \right. \tag{3.2}$$

где $x_1(t) = x(t)$, $x_2(t) = x'_1(t)$, $x_3(t) = x'_2(t)$, ..., $x_n(t) = x'_{n-1}(t)$ - фазовые переменные состояния.

Мгновенное состояние системы и ее дальнейшее поведение однозначно определены, если в данный момент времени $t = t_i$ известны значения всех n переменных x_i . Эти значения можно рассматривать как координаты точки (x_1, x_2, \dots, x_n) в n -мерном пространстве, которое называется фазовым пространством (термин «фазы» имеет тот же смысл, что и «стадия»).

Точку с координатами x_1, x_2, \dots, x_n называют изображающей точкой, а линию, по которой она перемещается при изменении состояния системы – фазовой траекторией.

Как известно, данной группе начальных условий $x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20}, \dots, x_n(0) = x_{n0}$ соответствует единственное решение системы (2) – определенная совокупность искомых функции времени $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$. Поэтому каждой группе начальных условий соответствует только одна точка и единственная фазовая траектория, а множеству групп начальных условий соответствует целое семейство траекторий, которые называются фазовыми портретом системы.

Метод фазового пространства наиболее удобен для анализа систем второго порядка, так как их фазовые траектории располагаются в одной плоскости переменных x_1, x_2 .

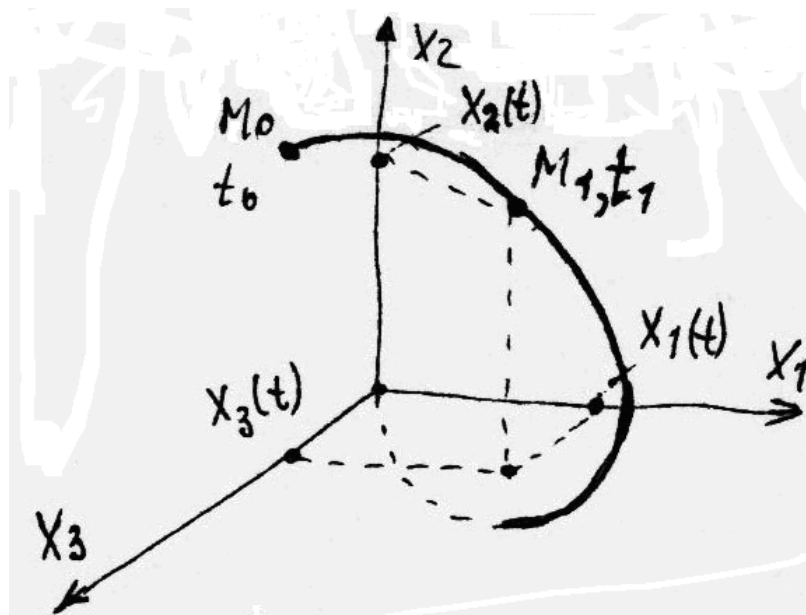


Рисунок 3.1. Фазовая траектория системы

Пусть нелинейная система второго порядка представлена системой двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = f_1(x_1, x_2) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = f_2(x_1, x_2) \end{cases} \quad (3.3)$$

где $x_1 = x$ – отклонение выходной величины или сигнала ошибки от установившегося значения.

Если в качестве второй переменной состояния x_2 принята производная переменной $x_1 = x$, т.е. $x_2(t) = x_1'(t)$, то всегда функция $f_1(x_1, x_2) = x_2 = \frac{dx_1(t)}{dt}$.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2) \end{cases} \quad (3.4)$$

Разделив второе уравнение системы (3.4) на первое, получаем уравнение фазовых траекторий в дифференциальной форме:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_2(x_1, x_2)}{x_2} \quad (3.5)$$

в котором независимой переменной является величина x_1 (не время t !), а зависимой - x_2 .

Разделяя далее переменные x_1 и x_2 и интегрируя уравнение (3.5), можно получить уравнение фазовых траекторий в явном виде

$$x_2 = F(x_1) + C_0 \quad (3.6)$$

где C_0 - постоянная интегрирования, зависящая от начальных условий.

На рис. 3.2 б, г, е, показаны характерные фазовые траектории линейной системы второго порядка, соответствующие затухающему (рис. 3.2,а), расходящемуся (рис. 3.2,в) и незатухающему (рис. 3.2,д) колебательным процессам. Моменты времени t_1, t_3, t_5 , когда кривые $x(t)$ достигают своих максимумов и минимумов, соответствуют пересечению фазовыми

траекториями оси $x_1 = x$, а моменты прохождения кривых $x(t)$ через нуль (t_2, t_4) - пересечению оси $x_2 = \dot{x}$.

Построение фазовых траекторий значительно облегчается, если учитывать их следующие общие свойства, вытекающие из анализа выражений (3.5) и (3.6).

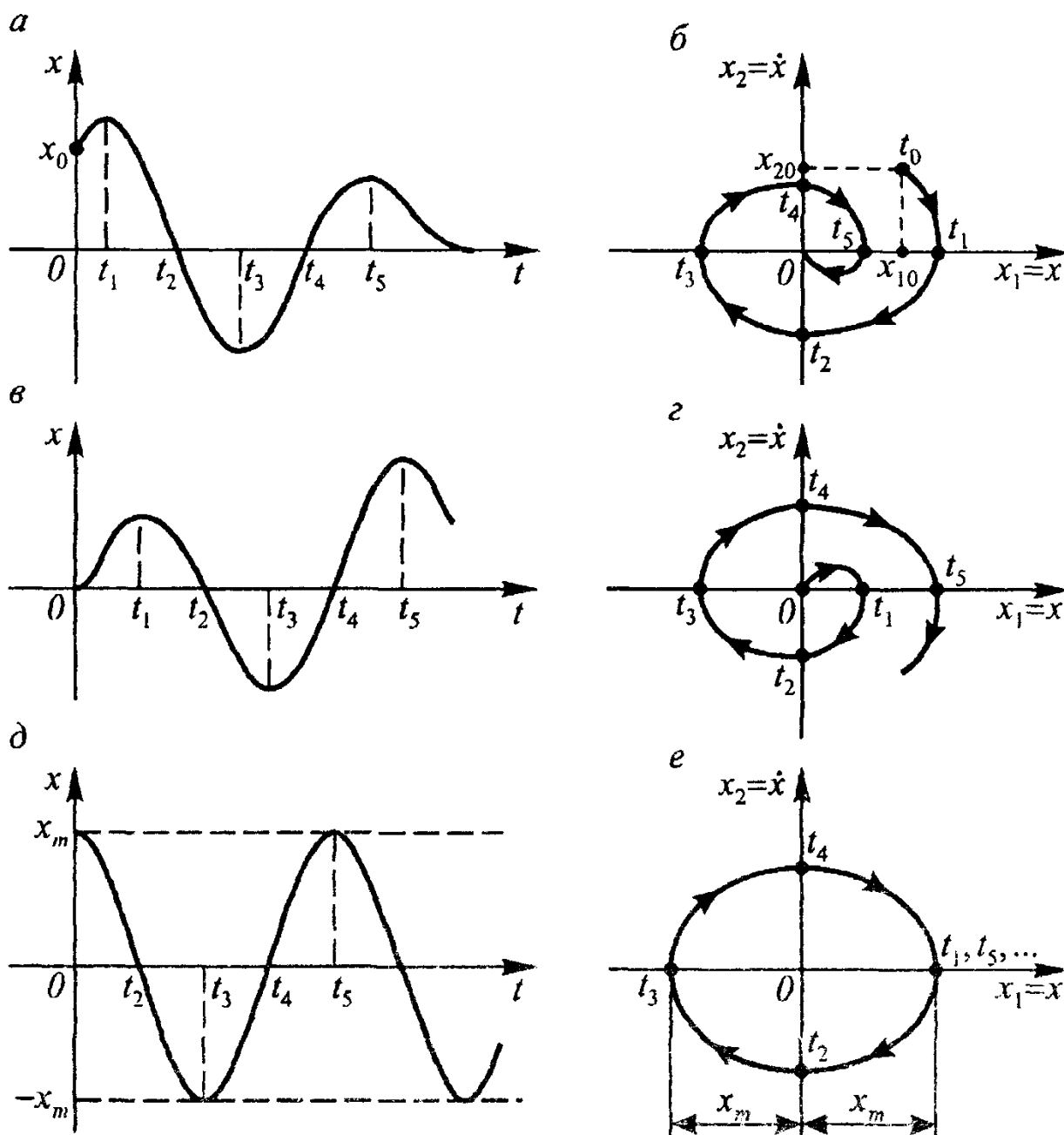


Рисунок 3.2. Переходные процессы и фазовые траектории нелинейной системы второго порядка

3.1. Общие свойства фазовых траекторий

1. В верхних квадрантах фазовой плоскости изображающая точка движется всегда слева направо, а в нижних – справа налево. Это объясняется тем, что при $x_2 = x' > 0$ переменная $x_1 = x$ возрастает, а при $x_2 = x' < 0$ переменная $x_1 = x$ убывает.
2. В любой точке фазовой плоскости, где переменная x_2 и функция $f_2(x_1, x_2)$ не равны нулю, фазовая траектория имеет только одно определенное направление, соответствующее значению производной dx_2/dx_1 в этой точке. Из этого следует, что фазовые траектории в таких точках не пересекаются.
3. Согласно выражению (3.2) при $x_2 = 0$ производная $dx_2/dx_1 = \infty$ т.е. фазовые траектории пересекают ось x_1 под прямым углом, а переменная $x_1 = x$ достигает своего максимума. Если при $x_2 = 0$ одновременно равна нулю функция $f_2(x_1, x_2) = 0$, то фазовая траектория в таких особых точках плоскости не имеет определенного направления, а обе производные x'_1 и x'_2 согласно уравнениями (3.1) равны нулю. Последнее означает, что изображающая точка неподвижна, а исследуемая система уравнения находится состоянии равновесия. Особые точки могут быть обособленными или образовывать целые особые отрезки на оси $x_1 = x$. Такие отрезки называются **отрезками покоя**. У систем с релейными характеристиками длина отрезка покоя равна зоне нечувствительности **2b**.
4. Затухающему (устойчивому) переходному процессу соответствует фазовая траектория, сходящаяся к началу координат или отрезку покоя.

5. Неустойчивому процессу соответствует фазовая траектория, удаляющаяся от начала координат.
6. Периодическому процессу соответствует замкнутая фазовая траектория, называемая предельным циклом. Предельный цикл может быть устойчивым или неустойчивым. Если все соседние фазовые траектории стягиваются к предельному циклу, то он является устойчивым и соответствует автоколебаниям. Если же соседние траектории отходят от цикла, от цикла, то он является неустойчивым.

По графику устойчивого предельного цикла можно определить два основных параметра автоколебательного режима - частоту и амплитуду.

Частота ω_a равна отношению отрезка, отсекаемого траекторией на оси x_2 , к отрезку, отсекаемому на оси x_1 а амплитуда x_m равна отрезку на оси x_1 .

Фазовый портрет нелинейной системы, обладающей кусочно-линейной или разрывной характеристикой, состоит из нескольких областей с различными фазовыми траекториями. Линии, отделяющие на плоскости одну область от другой, называются *линиями переключения*. Уравнения линий переключения определяются по математическому описанию нелинейного элемента.

В точках пересечения фазовыми траекториями линий переключения происходит излом траекторий. Это происходит из-за скачкообразного изменения правой части уравнения (3.5).

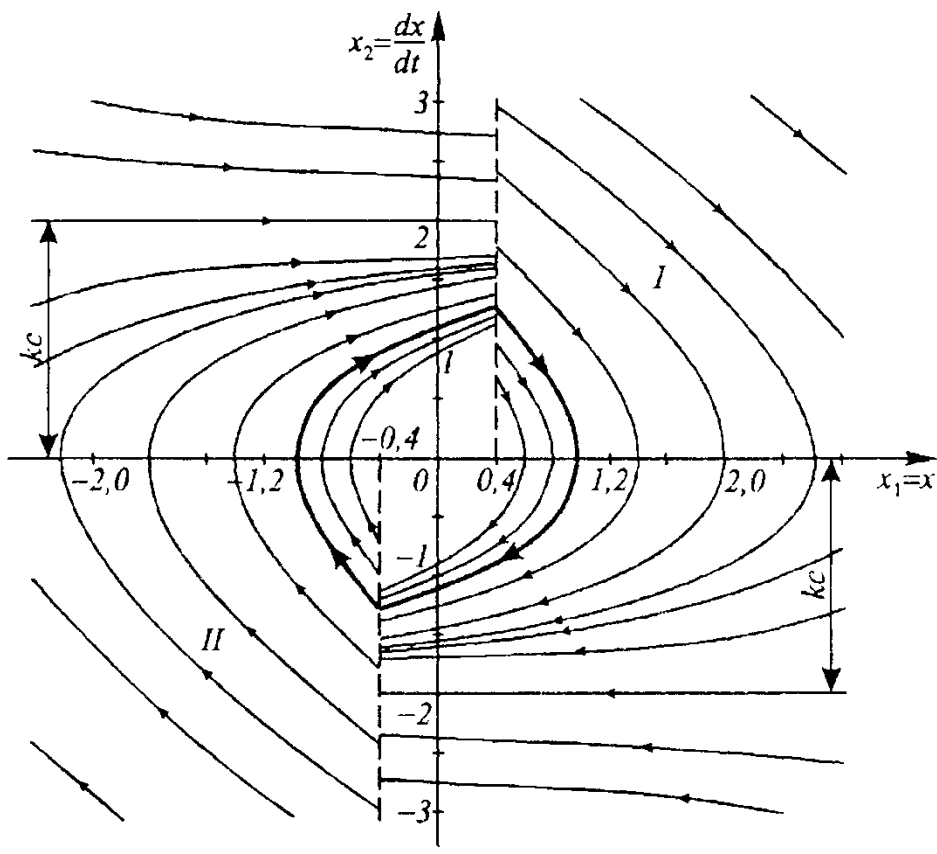


Рисунок 3.3 Фазовый портрет САУ, содержащей двухпозиционное реле с гистерезисом

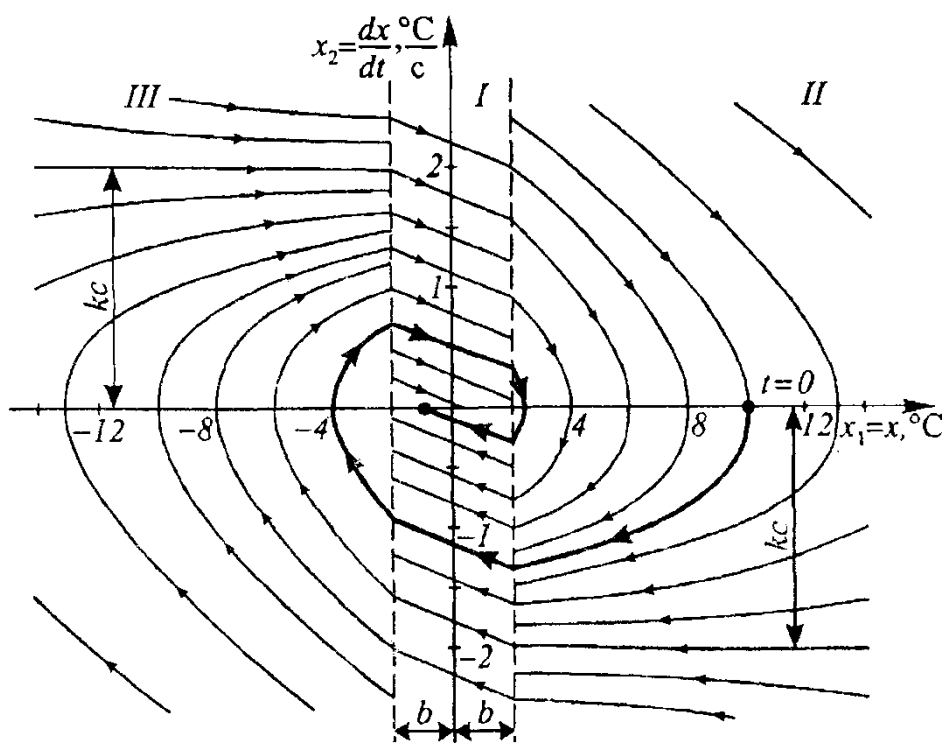


Рисунок 3.4 Фазовый портрет САУ, содержащей трехпозиционное реле

3.2. Фазовые траектории линейных систем

Исследуются фазовые траектории линейных систем в окрестности точек равновесия. Результаты исследований могут быть распространены на нелинейные системы, которые поддаются линеаризации.

Исследуем линейную систему, описываемую уравнением

$$y'' + ay' + by = 0 \quad (3.7)$$

Эта система имеет характеристическое уравнение

$$p^2 + ap + b = (p - \lambda_1)(p - \lambda_2) = 0 \quad (3.8)$$

Решение уравнения (3.8) при $\lambda_1 \neq \lambda_2$ имеет вид

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (3.9)$$

а при $\lambda_1 = \lambda_2$

$$y(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 t e^{\lambda_1 t} \quad (3.10)$$

В обоих решениях константы C_1 и C_2 определяются начальными условиями в системе. Предположим, что мы представили уравнение (3.8) в виде тождественной модели в переменных состояния. Положим $x_1 = y$. Тогда

$$\begin{cases} x_1' = x_2 = y' \\ x_2' = -bx_1 - ax_2 \end{cases} \quad (3.11)$$

В соответствии с (3.10) и (3.11), при $\lambda_1 \neq \lambda_2$ имеем:

$$\begin{aligned} x_1(t) = y(t) &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \\ x_2(t) = y'(t) &= C_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t} \end{aligned} \quad (3.12)$$

По этим уравнениям мы можем установить характер движения системы в окрестности точек равновесия на плоскости (x_1, x_2) . Однако, что согласно (3.12) система имеет только одну точку равновесия, расположенную в начале координат, $x = 0$. Рассмотрим теперь ряд частных случаев.

Случай 1

В этом случае λ_1 и λ_2 являются вещественными и имеют один и тот же знак. Предположим сначала, что λ_1 и λ_2 отрицательны. Согласно (3.12) $x_1(t)$ и $x_2(t)$ с течением времени стремятся к нулю и каждая из этих функций может изменить знак самое большее один раз. Фазовый портрет для этого случая приведен на рис. 3.5,а. Подобная точка равновесия называется *устойчивым узлом*.

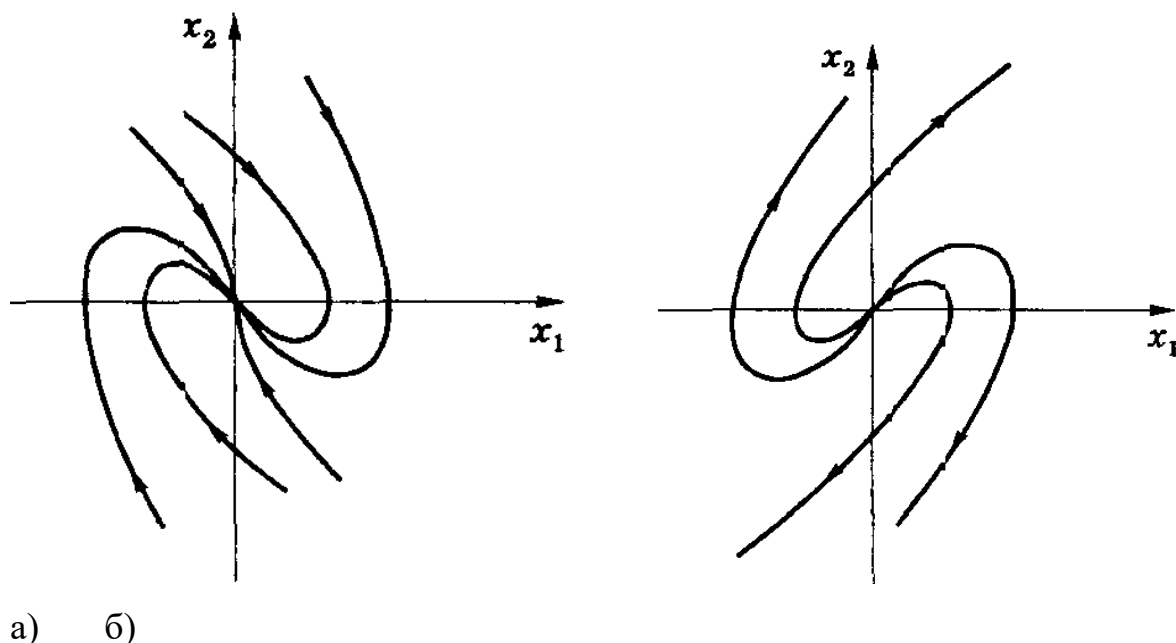


Рисунок 3.5. Фазовый портрет, соответствующий устойчивому узлу (а) и неустойчивому узлу (б)

Если λ_1 и λ_2 являются вещественными и положительными, то система неустойчива и фазовый портрет имеет вид рис. 3.5,б. Точка равновесия в этом случае называется *неустойчивым узлом*.

Случай 2

В этом случае λ_1 и λ_2 являются комплексными с ненулевой действительной частью. Положим

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \alpha + j\beta \\ \lambda_2 &= \alpha - j\beta\end{aligned}\tag{3.13}$$

тогда переменные состояния будут иметь вид:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= C_1 e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_1) \\ x_2(t) &= C_2 e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi_2)\end{aligned}\tag{3.14}$$

Если λ_1 и λ_2 имеют отрицательные действительные части, то фазовый портрет выглядит в виде рис. 3.6,а, а точка равновесия в начале координат называется **устойчивым фокусом**.

При положительной действительной части корней λ_1 и λ_2 фазовый портрет имеет вид рис. 3.6,б, а точка равновесия называется **неустойчивым фокусом**.

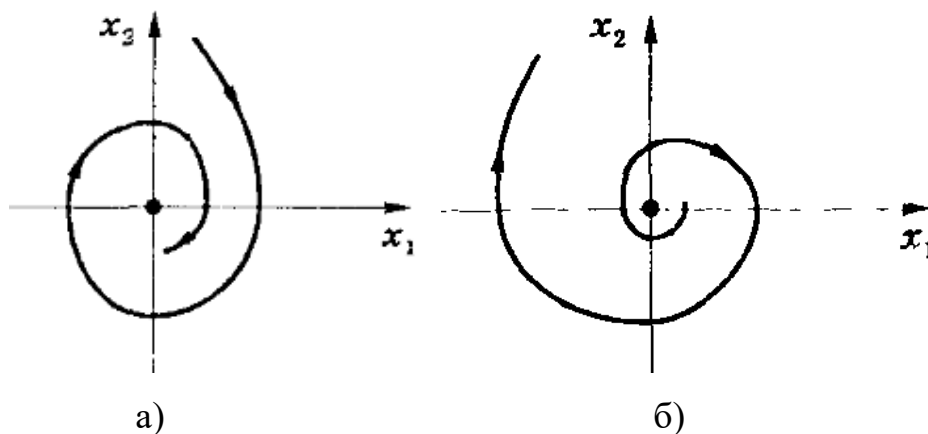


Рисунок 3.6. Фазовый портрет, соответствующий устойчивому фокусу (а) и неустойчивому фокусу (б)

Случай 3

В этом случае λ_1 и λ_2 являются мнимыми, и решение (3.14) принимает вид:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= C_1 \sin(\beta t + \varphi_1) \\ x_2(t) &= \beta C_2 \cos(\beta t + \varphi_1)\end{aligned}\tag{3.15}$$

Фазовые траектории имеют эллиптическую форму, как показано на рис. 3.7,а, а точка в начале координат называется **центром** или **вихрем**.

Случай 4

В этом случае λ_1 и λ_2 являются действительными, причем $\lambda_1 > 0$, а $\lambda_2 < 0$. Согласно (3.12)

$$\begin{aligned}x_1(t) &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \\x_2(t) &= C_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t}\end{aligned}\quad (3.16)$$

За исключением случая, когда $C_1 = 0$, x_1 и x_2 с течением времени неограниченно возрастают. Фазовый портрет изображен на рис. 3.7,б а точка равновесия в начале координат называется *седлом*.

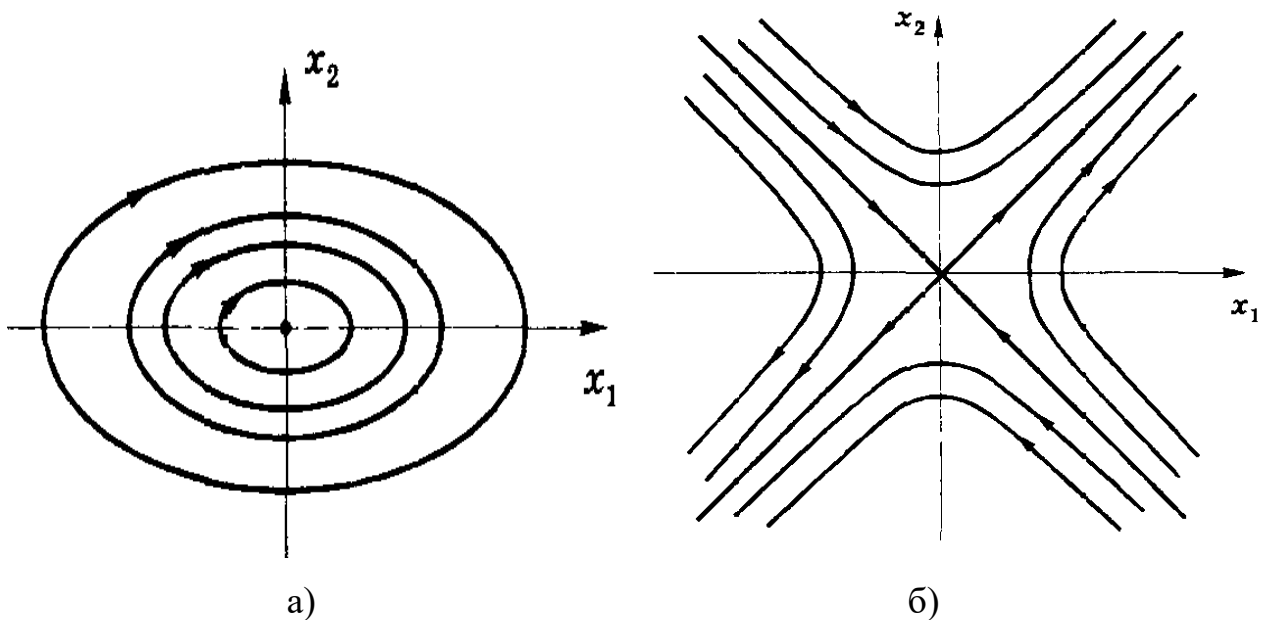


Рисунок 3.7. Фазовый портрет, соответствующий центру (а) и седлу (б)

4. КРИТЕРИЙ МИХАЙЛОВА

Для того чтобы установить, возможны ли в системе автоколебания вида $x(t) = x_{ma} \sin \omega_a t$ с постоянной амплитудой x_{ma} и частотой ω_a , необходимо в характеристическое уравнение подставить чисто мнимый корень $p = j\omega_a$:

$$D_L(j\omega_a) + K_L(j\omega_a) \cdot [q(x_{nm}) + q_1(x_{nm})j\omega_a/\omega_a] = 0 \quad (4.1)$$

и решить его относительно неизвестных x_{ma} и ω_a .

Решение уравнения (4.1) упрощается благодаря тому, что в левой части всегда могут быть выделены действительная и мнимая составляющие, которые порознь также равны нулю:

$$\begin{cases} P(x_{ma}, \omega_a) = 0 \\ Q(x_{ma}, \omega_a) = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Одновременное выполнение равенств (4.2) соответствует прохождению характеристической кривой $F(x_m, j\omega)$ через начало координат.

Если уравнения (4.2) не имеют положительных действительных корней x_{ma} и ω_a , то автоколебания в системе невозможны.

После отыскания параметров x_{ma} и ω_a необходимо проверить, соответствуют ли они устойчивым автоколебаниям. Для этого используют следующее условие устойчивости автоколебаний:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x_m} \right)^* \left(\frac{\partial Q}{\partial \omega} \right)^* - \left(\frac{\partial P}{\partial \omega} \right)^* \left(\frac{\partial Q}{\partial x_m} \right)^* > 0 \quad (4.3)$$

где звездочка означает, что в частные производные, полученные из выражений (4.2), необходимо подставить найденные численные значения параметров x_{ma} и ω_a .

5. КРИТЕРИЙ НАЙКВИСТА

Если линейная часть описывается уравнением высокого порядка или содержит запаздывание, то аналитическое решение системы (4.2) затруднительно или невозможно. В этих случаях автоколебания можно

отыскать при помощи критерия Найквиста.

Согласно критерия Найквиста, система находится на колебательной границе устойчивости, если АФХ разомкнутого контура проходит через точку $(-1; j0)$. Следовательно, условием существования автоколебаний является равенство

$$W_{\text{Л}}(j\omega_a)W_{\text{Н}}(x_{ma}) = -1 \quad (5.1)$$

или

$$W_{\text{Л}}(j\omega_a) = \frac{-1}{W_{\text{Н}}(x_{ma})} \quad (5.2)$$

Левая часть уравнения (5.2) представляет собой АФХ всех линейных звеньев системы, а правая - обратную характеристику нелинейного элемента, взятую с противоположным знаком.

Уравнение (5.2) удобно решать графически. Для этого необходимо построить указанные характеристики в одной системе координат (рис. 5.1). В точках пересечения кривых выполняется равенство (5.2). Эти точки определяют параметры автоколебаний. Отметка текущей частоты на кривой $W_{\text{Л}}(j\omega)$ определяет частоту автоколебаний ω_a , а отметка текущей амплитуды на кривой $-1/W_{\text{Н}}(x_m)$ - амплитуду автоколебаний x_{ma} . Если характеристики не пересекаются, то автоколебания отсутствуют.

Факт устойчивости или неустойчивости найденного режима автоколебаний устанавливаются при помощи следующего правила, если точка на кривой $-1/W_{\text{Н}}(x_m)$, близкая к точке пересечения, но сдвинутая в направлении возрастания параметра x_m , не охватывается характеристикой $W_{\text{Л}}(j\omega)$, то автоколебания устойчивы, если же охватывается, - то неустойчивы. На рис. точка M_2 соответствует устойчивым автоколебаниям, а точка M_1 - неустойчивым.

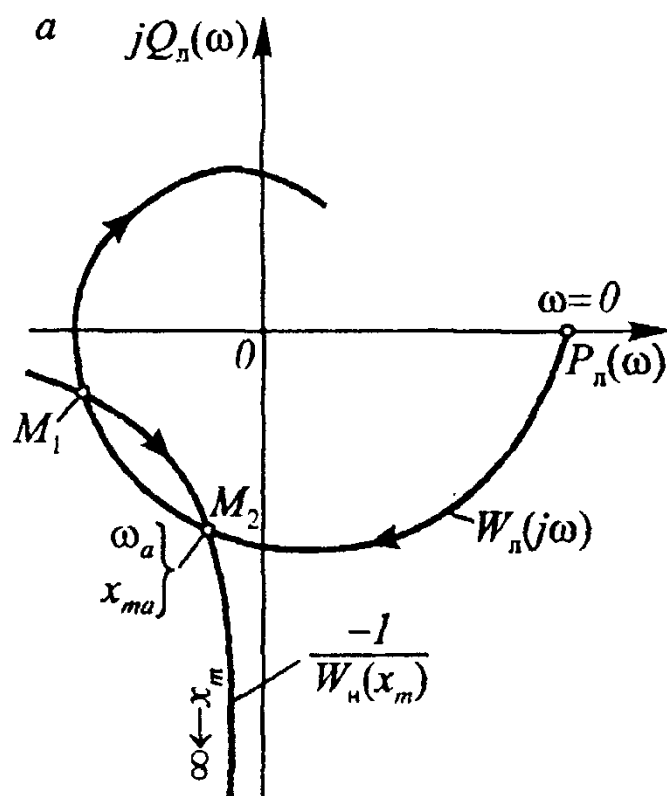


Рисунок 5.1. К определению автоколебаний по критерию Найквиста

6. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗВЕНЬЯ В ПРОГРАММЕ МВТУ 3.7

Библиотека **Нелинейные** звенья содержит 20 типовых блоков, наименование которых и их графический образ (пиктограмма) приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Состав библиотеки **Нелинейные** звенья

№	Наименование блока	Пиктограмма
1	2	3
1	Линейное с насыщением	

Таблица 1 – продолжение














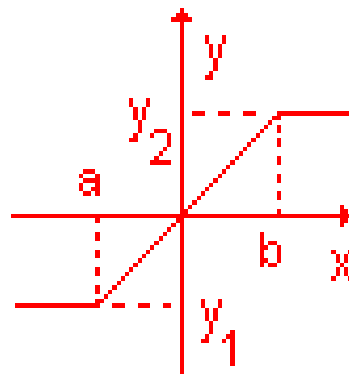
1	2	3
2	Линейное с зоной нечувствительности	
3	Линейное с насыщением и зоной нечувствительности	
4	Релейное неоднозначное	
5	Релейная неоднозначная с зоной нечувствительности	
6	Зазор	
7	Люфт	
8	Излом	
9	Произвольная однозначная нелинейность	
10	Переменное транспортное запаздывание	
11	Производная с ограничением	$\frac{dx}{dt} < A$
12	$F(y) = 0$	$F[Y]=0$
13	$y = F(y)$	$Y=F[Y]$
14	Запоминание минимума	MIN

Таблица 1 – продолжение

1	2	3
15	Запоминание максимума	
16	Максимум/минимум скалярных сигналов	
17	Максимум/минимум векторного сигнала	
18	Импульс (дельта-функция)	
19	Запомнить сигнал	
20	Запомнить время истинного сигнала	
21	Квантование по уровню	

6.1. Линейное с насыщением

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "насыщение" по следующему алгоритму:



$$y(t) = K * x(t), \text{ если } a < x(t) < b;$$

$$y(t) = y_1, \text{ если } x(t) \leq a;$$

$$y(t) = y_2, \text{ если } x(t) \geq b,$$

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ – вектор выходных сигналов; $K = (y_2 - y_1)/(b - a)$.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

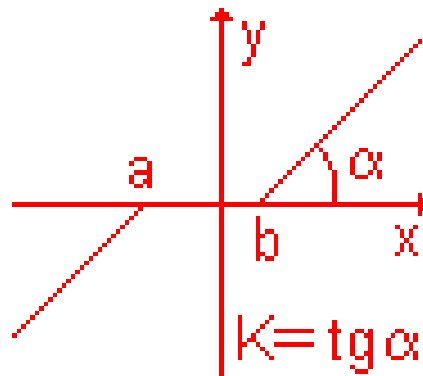
Диалоговое окно блока имеет 1 диалоговую строку.

Для работы блока в диалоговой строке необходимо задать *Параметры статической характеристики* - a , b , y_1 , y_2 .

Примечание. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством блока *Мультиплексор*.

6.2. Линейное с зоной нечувствительности

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "линейная с зоной нечувствительности" по следующему алгоритму:



$$y(t) = K * [x(t) - a], \text{ если } x(t) < a;$$

$$y(t) = 0, \text{ если } a \leq x(t) \leq b;$$

$$y(t) = K * [x(t) - b], \text{ если } x(t) > b.$$

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ – вектор выходных сигналов.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

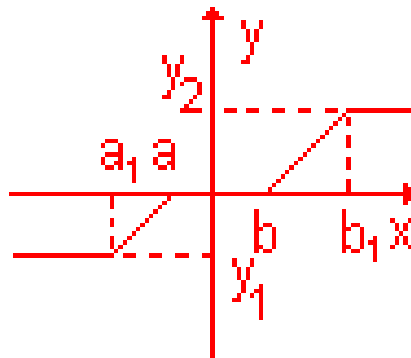
Диалоговое окно блока имеет 1 диалоговую строку.

Для работы блока в диалоговой строке необходимо задать *Параметры статической характеристики* - a , b и K .

Примечание. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством блока *Мультиплексор*.

6.3. Линейное с насыщением и зоной нечувствительности

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "линейная с насыщением и зоной нечувствительности" по следующему алгоритму:



$$y(t) = y_1, \text{ если } x(t) \leq a_1;$$

$$y(t) = K_1 * [x(t) - a], \text{ если } a_1 < x(t) < a;$$

$$y(t) = 0, \text{ если } a \leq x(t) \leq b;$$

$$y(t) = K_2 * [x(t) - b], \text{ если } b < x(t) < b_1;$$

$$y(t) = y_2, \text{ если } x(t) \geq b_1,$$

где $x(t)$ – вектор входа; $y(t)$ - вектор выхода; $K_1 = y_1/(a_1-a)$; $K_2 = y_2/(b_1-b)$.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

Диалоговое окно блока имеет 1 диалоговую строку.

Для работы блока в диалоговой строке необходимо задать *Параметры статической характеристики* - a_1, a, b, b_1, y_1, y_2 .

Примечание. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством блока *Мультиплексор*.

Система, в которой рабочие операции и операции управления выполняют технические устройства, называется **системой автоматического управления (САУ)**.

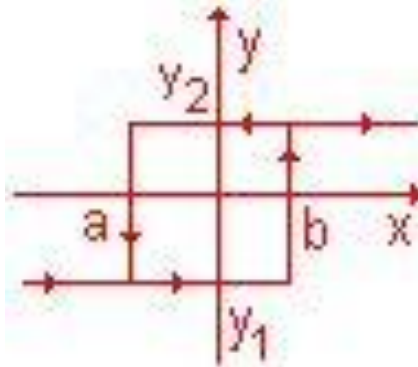
Структурной схемой называется графическое изображение математического описания системы.

Звено на структурной схеме изображается в виде прямоугольника с указанием внешних воздействий и внутри него записывается передаточная функция.

Совокупность звеньев совместно с линиями связи, характеризующими их взаимодействие, образует структурную схему.

6.4. Релейное неоднозначное

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "релейная неоднозначная" *при различных начальных условиях* по следующему алгоритму:



$y(t) = y_1$, если $x(t) < a$;

$y(t) = y(t - dt)$, если $a \leq x(t) \leq b$;

$y(t) = y_2$, если $x(t) > b$,

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ - вектор выходных сигналов, dt - предыдущий временной шаг интегрирования.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

Диалоговое окно блока имеет 2 диалоговые строки.

Для работы блока в диалоговом окне необходимо задать:

В 1-ой диалоговой строке - [^] *Параметры статической характеристики* **a, b, u1, u2;**

Во 2-ой диалоговой строке – вектор *Начальных условий* **y(0)** (начальные состояния).

Примеры заполнения диалогового окна:

Скалярный вход

1-я строка: - **1 1 -1 1** (через пробел)

2-я строка: **1**

Векторный вход (3 одинаковых реле)

1-я строка: - **0.5 0.5 1 1** (через пробел)

2-я строка: **1 1 1** (через пробел)

Векторный вход (3 разных реле)

1-я строка: - **1 1 1 -1** (через пробел)

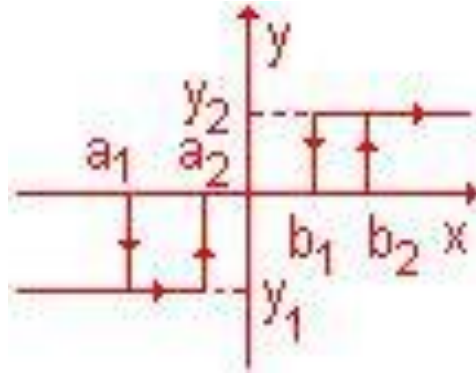
2-я строка: - **1 1 0** (через пробел)

Примечания:

1. По умолчанию блок реализует преобразование **скалярного** входного сигнала.
2. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством типового блока *Мультиплексор*.

6.5. Релейная неоднозначная с зоной нечувствительности

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "Релейная неоднозначная с зоной нечувствительности" *при различных начальных условиях* по следующему алгоритму:



$y(t) = y_1$, если $x(t) < a_1$;

$y(t) = 0$, если $a_2 < x(t) < b_1$;

$y(t) = y(t - dt)$, если $a_1 \leq x(t) \leq a_2$,

или, если $b_1 \leq x(t) \leq b_2$;

$y(t) = y_2$, если $x(t) > b_2$;

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ – вектор выходных сигналов, dt – предыдущий временной шаг интегрирования.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

Диалоговое окно блока имеет 2 диалоговые строки.

Для работы в диалоговом окне блока необходимо задать:

В 1-ой диалоговой строке – *Параметры статической характеристики* $a_1, a_2, b_1, b_2, y_1, y_2$;

Во 2-ой диалоговой строке – вектор *Начальных условий* $y(0)$ (начальные состояния).

При наличии “перехлеста” зон возврата процесс переключения определяется с учетом предыдущего состояния реле.

Примеры заполнения диалогового окна:

Скалярный вход

1-я строка: - 1 -0.5 0.5 1 -1 1 (через пробел)

2-я строка: 0

Векторный вход (3 одинаковых реле)

1-я строка: - 1 -0.6 0.8 1 -1 1 (через пробел)

2-я строка: 0 0 0 0 (через пробел)

Векторный вход (3 разных реле)

1-я строка: - 1 -0.8 0.8 1 -1 1 (через пробел)

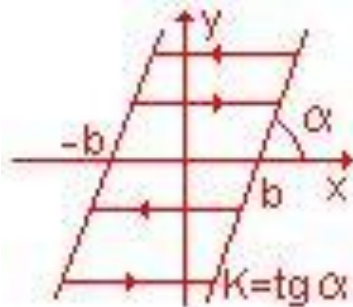
2-я строка: - 1 1 0 0 (через пробел)

Примечания:

1. По умолчанию блок реализует преобразование **скалярного** входного сигнала.
2. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством типового блока *Мультиплексор*.

6.6. Зазор

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "Зазор" при различных начальных условиях по следующему алгоритму:



$$y(t) = K*[x(t) - b], \text{ если } x(t) > [y(t - dt)/ K + b];$$

$$y(t) = K*[x(t) + b], \text{ если } x(t) < [y(t - dt)/ K - b];$$

$$y(t) = y(t - dt), \text{ если } [y(t - dt)/ K - b] \leq x(t) \leq [y(t - dt)/ K + b],$$

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ - вектор выходных сигналов, dt - предыдущий временной шаг интегрирования.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

Диалоговое окно блока имеет 2 диалоговые строки.

Для работы в диалоговом окне блока необходимо задать:

В 1-ой диалоговой строке - \wedge *Параметры статической характеристики* **b** и **K**;

Во 2-ой диалоговой строке – вектор *Начальных условий* $y(0)$ (начальные состояния).

Примеры заполнения диалогового окна:

Скалярный вход

1-я строка: **0.5 1** (через пробел)

2-я строка: **0**

Векторный вход (3 *одинаковых* блока «Зазор»)

1-я строка: **1 1** (через пробел)

2-я строка: **0 0 0** (через пробел)

Векторный вход (3 *разных* блока «Зазор»)

1-я строка: **0.2 1** (через пробел)

2-я строка: **- 1 1 0** (через пробел)

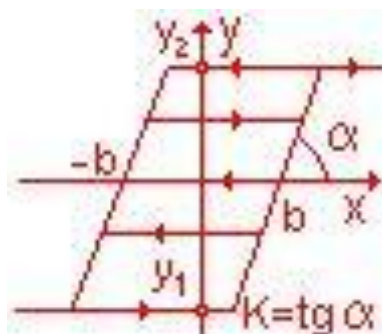
Примечания:

1. По умолчанию блок реализует преобразование **скалярного** входного сигнала.

2. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством типового блока *Мультиплексор*.

6.7. Люфт

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "Люфт" при различных начальных условиях по следующему алгоритму:



$y(t) = y_1$, если $x(t) \leq [y_1 / K - b]$;

$y(t) = y_2$, если $x(t) \geq [y_2 / K + b]$;

$y(t) = K * [x(t) - b]$, если $[y(t - dt) / K + b] < x(t) < [y_2 / K + b]$;

$y(t) = K * [x(t) + b]$, если $[y_1 / K - b] < x(t) < [y(t - dt) / K - b]$;

$y(t) = y(t - dt)$, если $[y(t - dt) / K - b] \leq x(t) \leq [y(t - dt) / K + b]$,

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ - вектор выходных сигналов, dt - предыдущий временной шаг интегрирования.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

Диалоговое окно блока имеет 2 диалоговые строки.

Для работы в диалоговом окне блока необходимо задать:

В 1-ой диалоговой строке - [^] *Параметры статической характеристики* **b, K, y1, y2**;

Во 2-ой диалоговой строке – вектор *Начальных условий* **y(0)** (начальные состояния).

Примеры заполнения диалогового окна:

Скалярный вход

1-я строка: **0.5 1 -1 1** (через пробел)

2-я строка: **0**

Векторный вход (3 одинаковых блока «Люфт»)

1-я строка: **0.1 1 -2 2** (через пробел)

2-я строка: **0 0 0** (через пробел)

Векторный вход (3 разных блока «Люфт»)

1-я строка: **0.2 1 -10 10** (через пробел)

2-я строка: **- 1 1 0** (через пробел)

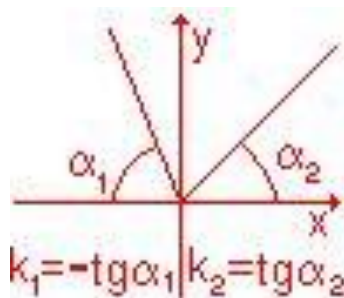
Примечания:

1. По умолчанию блок реализует преобразование **скалярного** входного сигнала.

2. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством типового блока *Мультиплексор*.

6.8. Излом

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* нелинейной статической характеристики типа "Излом" по следующему алгоритму:



$y(t) = k_1 * x(t)$, если $x(t) < 0$;

$y(t) = k_2 * x(t)$, если $x(t) \geq 0$,

где $x(t)$ – вектор входных сигналов; $y(t)$ - вектор выходных сигналов.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

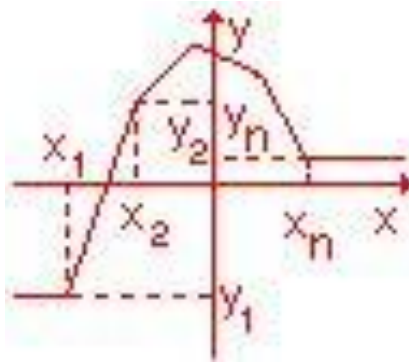
Диалоговое окно блока имеет 1 диалоговую строку.

Для работы блока в диалоговой строке необходимо задать [^] *Параметры статической характеристики* - коэффициенты **k_1** и **k_2** .

Примечание: для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством блока *Мультиплексор*.

6.9. Произвольная однозначная нелинейность

Блок **векторизован** и реализует преобразование вектора входных сигналов посредством *единой* однозначной нелинейной статической характеристики произвольного вида, аппроксимируемой кусочно-ломаной кривой:



если $x(t) < x_1$, то $y(t) = y_1$;

если $x(t) > x_n$, то $y(t) = y_n$,

где $\mathbf{x}(t)$ – вектор входных сигналов; $\mathbf{y}(t)$ – вектор выходных сигналов.

Блок имеет 1 входной и 1 выходной порты.

Диалоговое окно блока имеет 2 диалоговые строки.

Для работы в диалоговом окне блока необходимо задать:

В 1-ой диалоговой строке – *Вектор значений независимой переменной X*;

Во 2-ой диалоговой строке – *Вектор значений функции Y*.

Примеры заполнения диалогового окна:

Скалярный вход

1-я строка: **0 10 20 30 40 50** (через пробел)

2-я строка: **-1 0 5 7 8 8** (через пробел)

Примечание. Для реализации векторизованной обработки преобразуемые сигналы должны быть «сжаты» в векторный входной сигнал посредством блока *Мультиплексор*.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. Под ред. В.А. Бесекерского, издание пятое, переработанное. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
2. Теория автоматического управления. Ч. II. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. Под ред. А.А.Воронова. Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1977. – 288 с.
3. Топчеев Ю.И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования: учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 1989. – 752 с.
4. Справочная система программы MBTU 3.7 (файл MBTU.hlp).
5. Херхагер М., Пароль Х. MathCAD 2000: полное руководство.-К.: Издательская группа BHV, 2000-416с.
6. Дьяконов В.П. MathCAD 8/2000: специальный справочник –СПб: Питер, 2001-592с.

Тема: «Исследование характеристик нелинейной системы автоматического регулирования (САР) напряжения на шинах подстанции».

ЗАДАНИЕ

Исследовать САР с заданной структурной схемой, видом нелинейности и параметрами блоков.

План работы:

1. Преобразовать исходную структурную схему САР к простейшему одноконтурному виду, в котором нелинейный элемент (НЭ) и линейная часть (ЛЧ) соединены последовательно.

2. Определить передаточную функцию нового регулирующего (входного) воздействия и, с помощью MathCAD, определить переходную функцию нового регулирующего (входного) воздействия.

3. В структурном редакторе программного комплекса МВТУ 3.7 собрать модели исходной и преобразованной схем САР. Кратко описать свойства используемых блоков.

4. По заданным исходным данным построить фазовый портрет САР и сделать вывод о ее устойчивости.

Определить показатели качества регулирования для устойчивого режима.

5. Исследовать влияние входного воздействия, параметров блоков линейной части и параметров нелинейности на динамику системы (устойчивый, неустойчивый и автоколебательный режимы), с построением переходных характеристик и фазовых портретов САР.

Определить показатели качества регулирования для устойчивого режима.

Структурная схема нелинейной САП

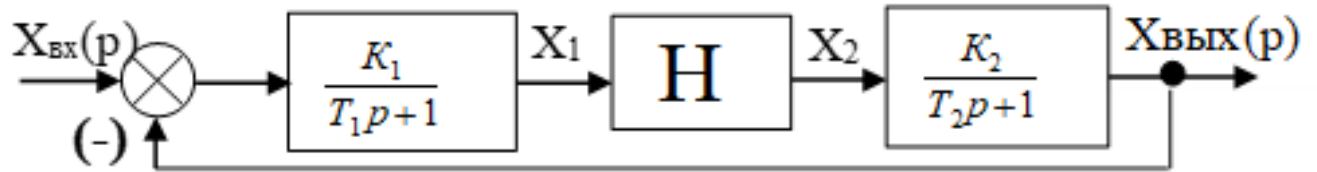
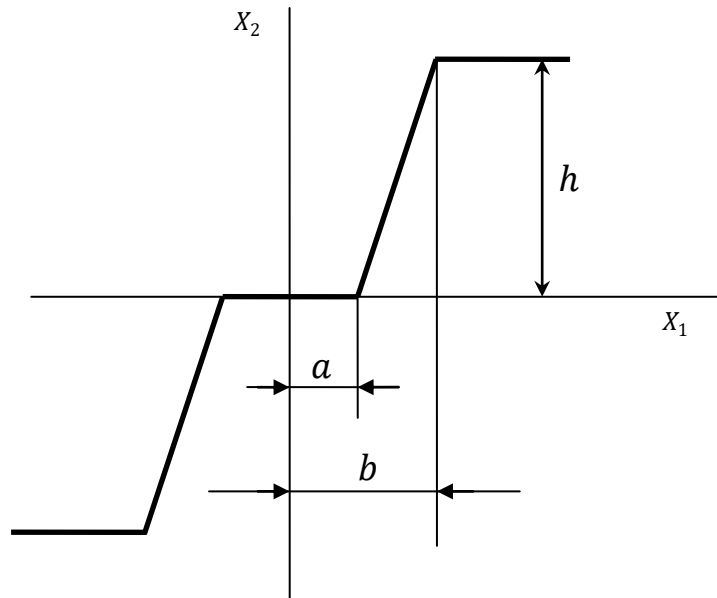
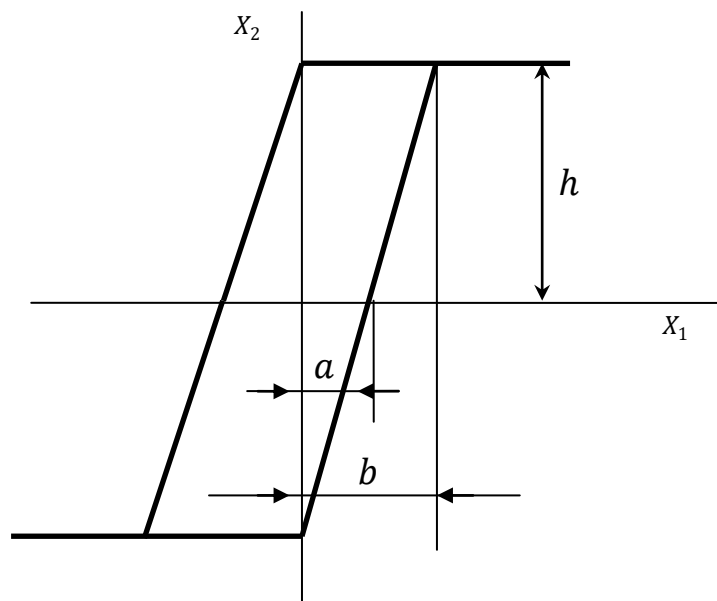


Рисунок 1

Вид и параметры нелинейности №1



Вид и параметры нелинейности №2



Исходные данные

Таблица 2 – Параметры блоков нелинейной САР

вариант		Линейный блок 1		Линейный блок 2		Нелинейные блоки		
		k1	T1, с	k2	T2, с	a	b	h
1	п/п 1 - 4 Xвх=1	2	0,01	1,5	0.05	1	2	2
2		2,2	0,02	1,7	0.06	1,1	2,1	2,2
3		2,4	0,03	1,9	0,07	1,2	2,2	2,4
4		2,6	0,04	2,1	0,08	1,3	2,3	2,6
5		2,8	0,05	2,3	0,09	1,4	2,4	2,8
6		3	0,06	2,5	0,1	1,5	2,5	3
7		3,2	0,07	2,7	0,11	1,6	2,6	3,2
8		3,4	0,08	2,9	0,12	1,7	2,7	3,4
9		3,6	0,09	3,1	0,13	1,8	2,8	3,6
10		3,8	0,1	3,3	0,14	1,9	2,9	3,8
11		4	0,11	3,5	0,15	1	2	4
12		4,2	0,12	3,7	0,16	1,1	2,1	4,2
13		4,4	0,13	3,9	0,17	1,2	2,2	4,4
14		4,6	0,14	4,1	0,18	1,3	2,3	4,6
15		4,8	0,15	4,3	0,19	1,4	2,4	4,8

Таблица 2 -продолжение

	Варьирование входного воздействия, параметров блоков линейной части и нелинейности									
	Xbx1	Xbx2	T1	T1	k1	k1	k1	h	h	h
п/п 5	1,5	3,9	0,05	0,1	3	5	разнос	3	5	5
	1,6	3,8	0,06	0,11	3,2	5,5	разнос	3,2	5,2	5,2
	1,7	3,7	0,07	0,12	3,4	6	разнос	3,4	5,4	5,4
	1,8	3,6	0,08	0,13	3,6	6,5	разнос	3,6	5,6	5,6
	1,9	3,5	0,09	0,14	3,8	7	разнос	3,8	5,8	5,8
	2	3,4	0,1	0,15	4	7,5	разнос	4	6	6
	2,1	3,5	0,11	0,16	4,2	8	разнос	4,2	6,2	6,2
	2,2	3,6	0,12	0,17	4,4	8,5	разнос	4,4	6,4	6,4
	2,3	3,7	0,13	0,18	4,6	9	разнос	4,6	6,6	6,6
	2,4	3,8	0,14	0,19	4,8	9,5	разнос	4,8	6,8	6,8
	2,5	3,9	0,15	0,2	5	10	разнос	5	7	7
	2,6	4	0,16	0,21	5,2	10,5	разнос	5,2	7,2	7,2
2,7	4,1	0,17	0,22	5,4	11	разнос	5,4	7,4	7,4	
2,8	4,2	0,18	0,23	5,6	11,5	разнос	5,6	7,6	7,6	
2,9	4,3	0,19	0,24	5,8	12	разнос	5,8	7,8	7,8	